Correction du Brevet Blanc du 18 décembre 2009

Q.C.M. **1** C'est $-\frac{1}{28}$. **2** C'est 9. **3** C'est 5.

4 C'est un rectangle **5** C'est un losange.

6 Les trois réponses sont correctes. **7** C'est 37,5%.

8 On est certain que M appartient à la médiatrice du segment $[DS]$.

Exercice 1 : a) $(2 \times 5 - 8)(5 + 3) = (10 - 8) \times 8 = 2 \times 8 = 16$. Avec le programme A, on trouve 16.

$[5^2 - (5 + 12)] \times 2 = (25 - 17) \times 2 = 8 \times 2 = 16$. Avec le programme B, on trouve 16.

b) Les deux programmes **semblent** conduire au même résultat.

c) Avec le programme A, on obtient $(2x - 8)(x + 3)$.

Avec le programme B, on obtient $[x^2 - (x + 12)] \times 2$.

d) $(2x - 8)(x + 3) = 2x^2 + 6x - 8x - 24 = 2x^2 - 2x - 24$.

$[x^2 - (x + 12)] \times 2 = (x^2 - x - 12) \times 2 = 2x^2 - 2x - 24$.

Donc les deux programmes sont identiques.

Exercice 2 : a) $A = \frac{3^5 \times (4^5)^3}{(4^6)^3 \times (3^4)^2} = \frac{3^5 \times 4^{15}}{4^{18} \times 3^8} = 3^{-3} \times 4^{-3} = (3 \times 4)^{-3} = 12^{-3}$.

b) $B = \sqrt{300} - 3\sqrt{12} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3 \times 10^2} - 3\sqrt{3 \times 2^2} - 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$B = 10\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Exercice 3 : a) $2(x + 1) + 5 = 2(-1 + 1) + 5 = 2 \times 0 + 5 = 0 + 5 = 5$.

Puisque $5 \neq 7$, alors le nombre -1 n'est pas une solution de cette équation.

b) $5x + 1 = 2x + 19$

$5x + 1 - 1 = 2x + 19 - 1$

$5x = 2x + 18$

$5x - 2x = 2x + 18 - 2x$

$3x = 18$

$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 18$

$x = 6$

Vérification : $5x + 1 = 5 \times 6 + 1 = 30 + 1 = 31$.

$2x + 19 = 2 \times 6 + 19 = 12 + 19 = 31$.

La solution de l'équation est 6.

c) J'appelle n le nombre d'années.

L'équation du problème est $2(11+n)=26+n$

Exercice 4 : a) $D=(a-4)^2-(a-2)(a-8)=a^2-8a+16-(a^2-8a-2a+16)$

$D=a^2-8a+16-a^2+8a+2a-16=2a.$

b) On pose $a=10\,000$. On identifie avec la question précédente.

On a $9\,996=a-4$ $\quad 9\,998=a-2$ $\quad$ et $\quad 9\,992=a-8$.

Donc $E=2a=2\times 10\,000=20\,000$.

Exercice 5 : a) Puisque le triangle ACH est rectangle en H, alors on peut utiliser la propriété de **P**ythagore.

On a $AC^2=AH^2+HC^2$.

$AC^2=6^2+12^2=36+144=180$.

$AC=\sqrt{180}$ (car une longueur est toujours positive)

b) Puisque le triangle ABH est rectangle en H, alors on peut utiliser la propriété de **P**ythagore.

On a $AB^2=AH^2+HB^2$.

$AB^2=6^2+3^2=36+9=45$.

$AB=\sqrt{45}$ (car une longueur est toujours positive)

c) On sait que CKH est un triangle.

On sait que $A\in(CK)$, que $B\in(CH)$ et que $(KH)//(AB)$. Alors on peut utiliser la propriété de **T**halès. On a $\frac{CK}{CA}=\frac{CH}{CB}=\frac{KH}{AB}$.

Puisque $\frac{CH}{CB}=\frac{KH}{AB}$, alors $KH=\frac{CH\times AB}{CB}$.

$AB=\sqrt{45}=\sqrt{5\times 3^2}=3\sqrt{5}$.

Donc $KH=\frac{12\times 3\sqrt{5}}{12+3}=\frac{12\times 3\sqrt{5}}{15}=\frac{12\times 3\sqrt{5}}{3\times 5}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$.

d) $AB^2=45$ $\quad AC^2=180$ $\quad BC^2=15^2=225$.

On constate que $BC^2=BA^2+AC^2$. Donc d'après la réciproque de la propriété de **P**ythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 6 : On sait que OST est un triangle.

On sait que les points N, O, S d'une part et les points M, O, T d'autre part sont alignés dans cet ordre.

$\frac{OS}{ON}=\frac{2,7}{5,4}=0,5$ $\quad \frac{OT}{OM}=\frac{1,4}{2,8}=0,5$

Puisque $\frac{\mathrm{OS}}{\mathrm{ON}} = \frac{\mathrm{OT}}{\mathrm{OM}}$, alors d'après la réciproque de la propriété de **T**halès, les droites (ST) et (MN) sont parallèles.

<u>Exercice 7</u> : 1) Puisque la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (BC) et qu'elle passe par le milieu du segment [BC], alors c'est la médiatrice de ce segment.

2) Puisque le triangle AHB est rectangle en H, alors on peut utiliser la propriété de **P**ythagore.
On a $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AH}^2 + \mathrm{HB}^2$.

$$x^2 = \mathrm{AH}^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\mathrm{AH}^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{4x^2}{4} - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$$

$AH = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ (car une longueur est toujours positive)

3) L'aire du triangle ABC est $\frac{1}{2} \times \mathrm{AH} \times \mathrm{BC}$.

$\mathrm{BC} = 2 \times \frac{x}{2} = x$

$\frac{1}{2} \times \mathrm{AH} \times \mathrm{BC} = \frac{1}{2} \times \frac{x\sqrt{3}}{2} \times x = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

4) a) $f(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

b) $f(4) = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Exercice 8 : a) C'est le triangle n° 34.

b) C'est le triangle n° 23.

c) C'est le triangle ULC.

d) C'est le triangle UKC.